



UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE  
 FACULTAD DE CIENCIA  
 DEPARTAMENTO DE MATEMATICA Y C.C.



**PROGRAMA DE ESTUDIOS INGENIERIA MATEMÁTICA**

**Carrera**

**INGENIERÍA MATEMÁTICA**

22021	Análisis I	T=4 E=2 L=0
Requisitos	Variable Compleja	
DICTA DEPARTAMENTO	Matemática y Ciencia de la Computación	
Autor	María Isabel Cortez	
Versión 2011	⋮	

**CAPACIDADES GENERALES DEL CURSO**

<p>Al finalizar la asignatura, el alumno será capaz de:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Comprender los conceptos de espacio métrico y su topología como una generalización de <math>\mathbb{R}</math> y su distancia usual.</li> <li>2. Comprender los conceptos de funciones continuas, conexidad y compacidad en espacios métricos.</li> <li>3. Trabajar con espacios métricos completos.</li> <li>4. Comprender el concepto de espacio vectorial normado de dimensión infinita, y conocer algunos espacios de funciones como ejemplo.</li> <li>5. Trabajar con series numéricas y series de funciones en espacios vectoriales normados.</li> </ol>
---

**RESUMEN DE UNIDADES TEMÁTICAS (Teoría y Ejercicios)**

UNIDAD		Nº HORAS
1	INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE ESPACIOS MÉTRICOS	30
2	FUNCIONES CONTINUAS EN ESPACIOS MÉTRICOS	24
3	ESPACIOS DE FUNCIONES	24
4	ESPACIOS VECTORIALES NORMADOS Y SERIES	24
TOTAL	17 SEMANAS	102

## PRINCIPALES TEXTOS DE REFERENCIA:

1. **Rudin, W.** *Principles of mathematical analysis*. Third edition. International Series in Pure and Applied Mathematics. McGraw-Hill Book Co., New York-Auckland- Düsseldorf, 1976.
2. **Hewitt, E. Stromberg, K.** *Real and Abstract Analysis A modern treatment of the theory of functions of a real variable*. Third printing. Graduate Texts in Mathematics, No. 25. Springer-Verlag, New York-Heidelberg, 1975.
3. **Hille, E.** *Methods in classical and Functional Analysis*. Addison-Wesley Publ. Co., 1972.
4. **Apostol, T.M.** *Mathematical Analysis*. Second edition. Addison-Wesley Publ. Co. 1974.
5. **Royden, H.L.** *Real analysis*. Third edition. Macmillan Publishing Company, New York, 1988.
6. **Tao, T.** *Analysis II. Second edition*. Texts and Readings in Mathematics, 38. Hindustan Book Agency, New Delhi, 2009.

## I. UNIDAD TEMÁTICA UNO: INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE ESPACIOS MÉTRICOS

### CAPACIDADES A DESARROLLAR:

1. Comprender los conceptos de espacio métrico y su topología como una generalización de  $\mathbb{R}^n$  y su distancia usual.
2. Comprender los conceptos de compacidad, completitud y conexidad en espacios métricos.
3. Aplicar diversas formas de demostración asociadas al método matemático.

### CONTENIDOS

1.1. Espacios métricos	Ejemplos (introducir noción de espacio vectorial normado)
1.2. Topología de un espacio métrico.	Bolas. Conjuntos abiertos y cerrados. Puntos de acumulación y puntos aislados. Conjuntos Perfectos. Comparación de métricas.
1.3. Convergencia.	Sucesiones
1.5. Conexidad.	Conjuntos conexos, conjuntos conexos en $\mathbb{R}^n$ .

1.6. Compacidad.	Cubrimientos. Conjuntos compactos. Propiedades. Caracterización de la compacidad. Conjuntos compactos en $\mathbb{R}^n$ .
1.7. Espacios métricos completos.	Sucesiones de Cauchy. Espacios métricos completos. Ejemplos y propiedades. Teorema de Cantor.

### TÓPICOS A SER EVALUADOS

- Caracterización de un espacio métrico y de su topología.
- Completitud, conexidad y compacidad en un espacio métrico y sus propiedades.
- Espacios métricos completos: sus propiedades, ejemplos y resultados importantes.

## 2. UNIDAD TEMÁTICA DOS: FUNCIONES CONTINUAS EN ESPACIOS MÉTRICOS

### CAPACIDADES A DESARROLLAR:

Al final de esta unidad el alumno será capaz de comprender:

1. El concepto de continuidad de una función definida sobre espacios métricos,
2. las propiedades de la continuidad sobre compactos, conexos y completos.
3. La noción de extensión de una función y la completación de un espacio métrico.

### CONTENIDOS

2.1. Continuidad	Funciones continuas (en términos de abiertos y de límites)
2.2 Continuidad sobre compactos	Continuidad uniforme, máximos y mínimos.
2.3. Extensión de funciones	Teorema de extensión, completación de un espacio métrico.
2.4 Continuidad sobre completos	Teorema del punto fijo de Banach.
2.5. Continuidad sobre conexos	Funciones continuas sobre conexos, Teorema del valor intermedio, conexidad por caminos.

### **TÓPICOS A SER EVALUADOS**

- Noción de continuidad
- Propiedades de las funciones continuas sobre conjuntos especiales.
- Completitud.

### **CAPACIDADES A DESARROLLAR:**

Al final de esta unidad el alumno estará capacitado para trabajar con los diferentes conceptos asociados a los espacios de funciones.

### **CONTENIDOS**

3.1 Convergencia	Convergencia uniforme y puntual
3.2 Espacios de funciones	Métrica de la convergencia uniforme. Espacio de funciones acotadas. Espacio de funciones continuas. Completitud.
3.3 Conjuntos equicontinuos	Teorema de Arzela-Ascoli. Aplicaciones.
3.4 Densidad	Teorema de Stone-Weierstrass. Aplicaciones.

### **TÓPICOS A SER EVALUADOS**

- Convergencia en espacios de funciones,
- Compacidad en espacios de funciones.
- Densidad en espacios de funciones (aplicaciones).

## **4. UNIDAD TEMÁTICA CUATRO: ESPACIOS VECTORIALES NORMADOS**

### **CAPACIDADES A DESARROLLAR:**

1. Comprender el concepto y las propiedades de una aplicación lineal continua.
2. Comprender el concepto de dual de un espacio vectorial normado.
3. Entender y trabajar con series en espacios vectoriales normados.

## CONTENIDOS

4.1 Aplicaciones lineales continuas	Caracterización de aplicaciones lineales continuas, comparar caso dimensión finita con infinita,
4.2 Espacios de funciones lineales continuas	Norma, propiedades, dual, bidual, propiedades.
4.3 Series en espacios vectoriales normados	Series absolutamente convergentes, caracterización de espacios de Banach mediante convergencia de series, orden de una serie, criterios de convergencia, ejemplos. Sumas generales.

## TÓPICOS A SER EVALUADOS

- Propiedades de las aplicaciones lineales continuas.
- Series en espacios vectoriales normados.