UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIA
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA Y C.C.

PROGRAMA DE ESTUDIOS DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

Carrera **INGENIERÍA MATEMÁTICA**

22030	Geometría Diferencial	T=4 E=2 L=0
Requisitos	Cálculo Varias Variables, Álgebra Lineal, Análisis Geométrico	
DICTA DEPARTAMENTO	Matemática y Ciencia de la Computación	
Autor	Enrique Reyes García	
Versión		

CAPACIDADES GENERALES DEL CURSO

Este curso es una continuación del curso Análisis Geométrico. Se asume que el alumno sabe lo que es una variedad diferenciable incrustada en un espacio euclídeo, que tiene experiencia con el cálculo local de formas diferenciales y campos vectoriales, que ha estudiado (aunque sea brevemente) la noción de un tensor, y que ha estudiado cálculo en variedades hasta el teorema de Stokes. Estos prerrequisitos aparecen por ejemplo en los libros "Cálculo en Variedades" por Michael Spivak, y "Global Analysis" por I. Agricola and T. Friedrich, Capítulos 1,2,3. Las nuevas capacidades a desarrollar son:

1. Conocer y apreciar la importancia de la noción de una variedad diferencial.
2. Entender la importancia de la geometría diferencial para el estudio de curvas y superficies.
3. Saber que existen propiedades que dependen sólo las variedades mismas, y que no tienen relación con el ambiente donde éstas pueden estar inmersas.
4. Entender y aplicar teoremas de existencia y unicidad de soluciones para ecuaciones en derivadas ordinarias a problemas geométricos
5. Estar preparado para el estudio de aspectos más profundos de geometría diferencial y sus aplicaciones a mecánica, control, física, y ecuaciones diferenciales.

RESUMEN DE UNIDADES TEMÁTICAS (Teoría y Ejercicios)

UNIDAD	TITULO	Nº HORAS
1	**Campos vectoriales y Distribuciones**	**6**
2	**El Teorema de Frobenius y algunas aplicaciones**	**24**
3	**Curvas en R^3. Fórmulas de Frenet y el teorema fundamental de la teoría de curvas.**	**18**
4	**Ecuaciones de estructura en el espacio euclídeo.**	**18**
5	**Superficies en R^3.**	**24**
6	**Geometría intrínseca de una superficie.**	**24**
7	**Opcional: geometría local de superficies inmersas en R^3.**	
8	**Opcional: geometría global de superficies.**	

PRINCIPALES TEXTOS DE REFERENCIA:

1. Differential Forms and Applications, M. do Carmo
2. Manifolds, Tensor Analysis and Applications (last edition), R. Abraham, J. Marsden and T. Ratiu
3. Foundations of Mechanics, R. Abraham and J. Marsden.
4. Symmetry and Mechanics, Jerrold Marsden and Tudor Ratiu.
5. Differential and Riemannian Manifolds (Springer, 1995), Serge Lang.
6. Introduction to Differentiable Manifolds (Springer Universitext, 2010). Serge Lang
7. Introduction to Smooth Manifolds, J.M. Lee.
8. Riemannian Manifolds: An Introduction to Curvature, J.M. Lee.
9. Applications of Lie Groups to Differential Equations, Peter J. Olver
10. Equivalence, Invariants and Symmetry, Peter J. Olver
11. Nonlinear control systems I and II, Alberto Isidori.
12. Geometric Control Theory, Velimir Jurdjevic.
13. Differential geometry of curves and surfaces, M. do Carmo
14. Global Analysis, I. Agricola y T. Friedrich
15. Lie Groups (Springer, Universitext, 2004) , J. J. Duistermaat and J.A.C. Kolk
16. Modern Geometric Structures And Fields, S. P. Novikov; I. A. Taimanov
17. Elementary Differential Geometry, Revised 2nd Edition, Barrett O'Neill

1. UNIDAD TEMÁTICA UNO: CAMPOS VECTORIALES Y DISTRIBUCIONES

CAPACIDADES A DESARROLLAR:

Al término de esta unidad el alumno será capaz de:

1. Entender el concepto de una distribución como una generalización del concepto de campos vectoriales.
2. Entender el problema de la integrabilidad de distribuciones

CONTENIDOS

1.1. Campos vectoriales
1.2. Distribuciones
1.3. Variedades integrales, ejemplos y contraejemplos

TÓPICOS A SER EVALUADOS

Resolución de problemas que involucran entender y aplicar los conceptos de esta unidad

2. UNIDAD TEMÁTICA DOS: EL TEOREMA DE FROBENIUS Y ALGUNAS APLICACIONES

CAPACIDADES A DESARROLLAR:

Al término de esta unidad el alumno será capaz de:

1. Entender el significado del teorema de Frobenius sobre la integrabilidad de distribuciones
2. Conocer varias versiones equivalentes del teorema de Frobenius
3. Aplicar el teorema de Frobenius a la construcción de factores integrantes y a la solución de sistemas de equaciones diferenciales.

CONTENIDOS

2.1. El teorema de Frobenius
2.2. Factores integrantes
2.3. El teorema de Frobenius y sistemas de ecuaciones diferenciales

TÓPICOS A SER EVALUADOS

Resolución de problemas que involucran entender y aplicar los conceptos de esta unidad

3. UNIDAD TEMÁTICA TRES: Curvas en R^3. Fórmulas de Frenet y el teorema fundamental de la teoría de curvas

CAPACIDADES A DESARROLLAR:

Al término de esta unidad el alumno será capaz de:

1. Entender qué es una curva y la construcción del triedro móvil.
2. Conocer las fórmulas de Frenet
3. Entender el teorema fundamental de la teoría de curvas como una aplicación del teorema de Frobenius.

CONTENIDOS

3.1. Curvas
3.2. El triedro móvil
3.3. Teorema fundamental de la teoría de curvas en R^3.

TÓPICOS A SER EVALUADOS

Resolución de problemas que involucran entender y aplicar los conceptos de esta unidad

4. UNIDAD TEMÁTICA CUATRO: Ecuaciones de estructura en el espacio euclideo.

CAPACIDADES A DESARROLLAR:

Al término de esta unidad el alumno será capaz de:

1. Entender la construcción de co-bases móviles en el espacio euclideo y la deducción de las ecuaciones de estructura de Elie Cartan.

CONTENIDOS

4.1. Co-bases móviles.
4.2. Ecuaciones de estructura de Elie Cartan.

TÓPICOS A SER EVALUADOS

Resolución de problemas que involucran entender y aplicar los conceptos de esta unidad

5. UNIDAD TEMÁTICA CINCO: Superficies en R^3

CAPACIDADES A DESARROLLAR:

Al término de esta unidad el alumno será capaz de:

1. Entender el concepto de una superficie inmersa en R^3
2. Conocer las ecuaciones de estructura de una superficie como una aplicación del teorema de Frobenius.
3. Conocer los conceptos de curvatura Gaussiana y curvatura media.

CONTENIDOS

5.1. Ecuaciones de estructura.

5.2. El teorema fundamental de la teoría de superficies.

5.3. Curvatura Gaussiana, curvatura media, la primera y segunda forma cuadrática de una superficie.

TÓPICOS A SER EVALUADOS

Resolución de problemas que involucran entender y aplicar los conceptos de esta unidad

6. UNIDAD TEMÁTICA SEIS: Geometría intrínseca de una superficie.

CAPACIDADES A DESARROLLAR:

Al término de esta unidad el alumno será capaz de:

1. Conocer la diferencia entre geometría intrínseca de una superficie y geometría de una superficie como sub-variedad de R^3.
2. Conocer el teorema de Levi-Civita y la definición intrínseca de la curvatura Gaussiana.
3. Conocer las nociones de derivada covariante, paralelismo y geodésica.

CONTENIDOS

6.1. Ecuaciones de estructura de una superficie

6.2. La curvatura Gaussiana como curvatura instrínseca de una superficie.

6.3. Derivada covariante, paralelismo y geodésicas.

TÓPICOS A SER EVALUADOS

7. UNIDAD TEMÁTICA SIETE: Opcional: geometría local de superficies.

CAPACIDADES A DESARROLLAR:
Al término de esta unidad el alumno será capaz de: 1. Conocer algunos tipos de superficies inmersas en R^3 tales como las superficies mínimas y las superficies de curvatura Gaussiana constante.

CONTENIDOS

7.1. Aspectos de la geometría local de superficies en R^3

TÓPICOS A SER EVALUADOS
Resolución de problemas que involucran entender y aplicar los conceptos de esta unidad

8. UNIDAD TEMÁTICA OCHO: Opcional: geometría global de superficies.

CAPACIDADES A DESARROLLAR:
Al término de esta unidad el alumno será capaz de: 1. Conocer los enunciados, las demostraciones usando formas diferenciales y la importancia del teorema de Gauss-Bonnett y del teorema de Morse.

CONTENIDOS

8.1. El teorema de Gauss-Bonnett para superficies sin frontera
8.2. El teorema de Morse

TÓPICOS A SER EVALUADOS
Resolución de problemas que involucran entender y aplicar los conceptos de esta unidad