



UNIVERSIDAD DE SANTIAGO DE CHILE  
 FACULTAD DE CIENCIA  
 DEPARTAMENTO DE MATEMATICA Y C.C.



**PROGRAMA DE ESTUDIOS CARRERA INGENIERIA MATEMÁTICA**

22017	Probabilidades	T= 4 E= 2
Requisitos	Cálculo en Varias Variables, Computación I	
Dicta Departamento	Matemática y C.C.	
Autor	Eugenio Saavedra Gallardo	
Versión 2013		⋮

**Capacidades Generales del Curso**

1. Manejar técnicas para realizar cálculo de probabilidades en espacios de probabilidad generales y particulares.
2. Reconocer los principales modelos probabilísticos discretos y continuos que se usan para modelar situaciones en las cuales el azar está presente.
3. Hacer ajustes de modelos a datos provenientes de variables observadas en situaciones reales.

**Unidades Temáticas del Curso**

Unidad	TITULO	Nº HORAS
1	Espacios de Probabilidad	22
2	Variables Aleatorias y Esperanza Matemática	30
3	Vectores Aleatorios	38
4	Nociones de Convergencia	12
Total	17 semanas	102

## Unidad 1: Espacios de Probabilidad

### Capacidades a Desarrollar

- Comprender el concepto de espacio de probabilidad como modelo para el azar.
- Resolver problemas de probabilidades que involucren técnicas de conteo.
- Resolver problemas de probabilidades que involucren técnicas de condicionamiento.

### Contenidos

1.1 Modelo General de Kolmogorov: Definición y Propiedades.

1.2 Modelos particulares: Laplace, Binomial, Hipergeométrico, Técnicas de Conteo, Experimentación con simulación de series estadísticas.

1.3 Técnicas para el Cálculo de Probabilidades: Probabilidad condicional, independencia, Teorema de Probabilidades Totales y de Bayes.

### Tópicos a ser Evaluados

- Modelo de Laplace y Técnicas de Conteo.
- Teorema de Probabilidades Totales y de Bayes.
- Axiomática y propiedades del modelo de Kolmogorov.

## Unidad 2: Variables Aleatorias y Esperanza Matemática

### Capacidades a Desarrollar

- Conocer las principales variables aleatorias discretas y continuas y algunos tipos de problemas que pueden ser modelados con éstas.
- Realizar cálculo de probabilidades a partir del conocimiento de distribuciones de probabilidades.
- Comprender el concepto de valor esperado y de varianza, calcular estos valores y relacionarlos con el promedio y varianza de un conjunto de datos.

### Contenidos

2.1 Variables Aleatorias: Definición, Ley de una variable aleatoria, Función de Distribución (acumulada) y sus propiedades.

**2.2** Variables Aleatorias Discretas: Definición, función de cuantía, parámetros asociados (esperanza, varianza). Estudio de algunos modelos probabilísticos para variables aleatorias discretas que aparecen en la práctica (Uniforme, Bernoulli, Hipergeométrica, Binomial Negativa, Poisson).

**2.3** Variables Aleatorias Continuas: Definición, función de densidad de probabilidad, parámetros asociados (esperanza, varianza). Estudio de algunos modelos probabilísticos para variables aleatorias continuas que aparecen en la práctica (Uniforme, Exponencial, Pareto, Weibull, Gamma, Beta, Normal, Chi-cuadrado, t-student).

**2.4** Funciones de Variables Aleatorias: La Función de distribución, Teorema de Transformación (unidimensional) y aplicación a simulación, parámetros asociados (esperanza, varianza).

**2.5** Desigualdades para la Esperanza Matemática: Esperanza para una variable aleatoria cualquiera y propiedades para su cálculo. Desigualdad de Markov, Chebyshev y Jensen.

### **Tópicos a ser Evaluados**

- Distribuciones de probabilidad discretas y continuas más comunes.
- Aplicación de la distribución de probabilidad acumulada.
- Teorema de cambio de variables.
- Resolución de problemas que involucren momentos de variables aleatorias.

### **Unidad 3: Vectores Aleatorios**

#### **Capacidades a Desarrollar**

- Conocer y manejar la distribución multinomial y normal multivariada.
- Comprender el concepto de independencia de variables aleatorias y sus consecuencias.
- Resolver problemas que involucren máximos y mínimos de variables aleatorias iid.
- Realizar cálculo de probabilidades a partir del conocimiento de distribuciones de probabilidades conjuntas y marginales.
- Calcular parámetros que describen la interrelación entre variables aleatorias y su interpretación geométrica.
- Comprender el concepto de condicionalidad de variables aleatorias y su aplicación al cálculo de momentos condicionales y de predicción.

### **Contenidos**

**3.1** Vectores Aleatorios: Definición, Ley de un vector aleatorio, Función de Distribución (acumulada) y sus propiedades (caso bivariado). Vectores discretos (función de cuantía conjunta) y vectores continuos (función de densidad conjunta).

**3.2** Distribuciones Marginales: Cálculo de marginales en los casos discreto, continuo y en particular el caso normal bivariado. Independencia de variables aleatorias.

**3.3** Algunas Distribuciones de Funciones de Vectores Aleatorios: Distribución de la suma, cociente, máximos y mínimos.

**3.4** Transformación de Vectores: Teorema de transformación de variables (caso multidimensional), aplicación a las distribuciones vistas en 3.3, al caso normal multivariado y estadísticos de orden.

**3.5** Esperanza de Funciones de Vectores Aleatorios: Definición y propiedades. Covarianza y Correlación (en particular caso normal multivariado). Estudio geométrico con el producto interno "covarianza". Funciones generadoras (función característica, de momentos y de momentos multivariada).

**3.6** Dependencia: Distribución condicional caso discreto y continuo, Teorema de Bayes, Esperanza Condicional y sus propiedades. Aplicaciones a predicción.

### **Tópicos a ser Evaluados**

- Distribución normal multivariada.
- Aplicaciones de la función generadora de momentos.
- Teorema de cambio de variables multidimensional.
- Covarianza entre variables aleatorias.
- Aplicación de distribuciones condicionales.

## **Unidad 4: Nociones de Convergencia**

### **Capacidades a Desarrollar**

- Reconocer los diferentes tipos de convergencia para sucesiones de variables aleatorias.
- Aplicar criterios de convergencia para el caso de sucesiones de variables aleatorias iid.
- Aplicar criterios de convergencia para el caso de suma y producto de sucesiones de variables aleatorias.

### **Contenidos**

**4.1** Tipos de Convergencia: Convergencia en probabilidad, casi segura, en distribución, en  $L^p$  y relaciones.

**4.2** Ley de los Grandes Números: Ley débil, Ley fuerte y criterios para su verificación.

**4.3** Criterios para Estudiar Convergencia en Distribución: Criterio de P. Lévy, Criterio de Scheffé, Teorema de Slutsky. Teorema Central del Límite (clásico) y aplicaciones.

### **Tópicos a ser Evaluados**

- Ley de los Grandes Números.
- Teorema Central del Límite y aplicaciones.
- Aplicaciones del Teorema de Slutsky.

### Algunas Referencias para el Curso

- **Bury, K. (1999):** Statistical Distributions in Engineering, Cambridge University Press, Cambridge, U.K.
- **Evans, D. (1992):** Probability and its Applications for Engineers, Marcel Dekker, Inc. New York, U.S.A.
- **Evans, M., Hastings, N., Peacock, B. (1993):** Statistical Distributions, Second Edition, John Wiley, New York, U.S.A.
- **Gut, A. (1995):** An Intermediate Course in Probability, Springer-Verlag, New York, U.S.A.
- **James, B. (1981):** Probabilidade: um curso de nível intermediário, Projeto Euclides, CNPq, Rio de Janeiro, Brasil.
- **Krickeberg, C. (1996):** Petit Cours de Statistique, Springer-Verlag, Berlin, Alemania.
- **Maronna, R. (1995):** Probabilidad y Estadística Elementales, Editorial Exacta, La Plata, Argentina.
- **Montgomery, D. and Runger, C. (1996):** Probabilidad y Estadística Aplicadas a la Ingeniería. McGraw-Hill, Ciudad de México, México.
- **Peña D. (1992):** Estadística, Métodos y Modelos, Tomo I. Segunda Edición. Alianza Universid Textos, Madrid, España.
- **Pitman, J. (1993):** Probability, Springer-Verlag, New York, U.S.A.
- **Rice, J. (1995):** Mathematical Statistics and Data Analysis, Second Edition, Duxbury Press, California, U.S.A.
- **Ross, S. (2000):** Probabilidad y Estadística para Ingenieros, McGraw-Hill, Ciudad de México, México.
- **Saavedra, E. (2001):** Problemas Resueltos en Probabilidad y Estadística. Central de Apuntes, Facultad de Ciencia, Universidad de Santiago de Chile, Santiago, Chile.
- **Saavedra, E. (2013):** Cálculo de Probabilidades. Sello Editorial Universidad de Santiago de Chile (segunda edición), Santiago, Chile.