

PROGRAMA DE ALGEBRA ABSTRACTA¹

Nombre	Algebra Abstracta	
Carrera	Ingeniería Matemática	
Código		
Créditos SCT-Chile	6 Sct	<i>Tbjo. Directo: 6 hrs. pedag. – Tbjo. Autónomo: 6 hrs. cronolog. (semanal)</i>
Nivel		
Requisitos	Algebra 2, Cálculo 3	
Categoría	<i>Obligatorio</i>	
Área de conocimiento según OCDE	<i>Ciencias Naturales</i>	
Descripción	Contribución al Perfil de Egreso	
	<p>1. Desarrollar constructos matemáticos teóricos y prácticos para estudiar problemas que surgen del ámbito académico o profesional, utilizando herramientas matemáticas avanzadas y el pensamiento abstracto y/o estructurado.</p> <p>4. Interpretar los resultados obtenidos de la resolución de problemas, analizando la información desde una perspectiva cualitativa y cuantitativa para la toma de decisiones en función de los distintos contextos de aplicación, con responsabilidad y ética en el quehacer profesional</p>	
	Resultado de aprendizaje general	
	<p>- Resolución de problemas por medio de ecuaciones diferenciales usando métodos analíticos y numéricos para afrontar problemas físicos y matemáticos, con rigurosidad científica, empleando el cálculo avanzado en varias variables y Álgebra Lineal.</p> <p>- Interpretar resultados de problemas matemáticos y físicos básicos, realizando el análisis de los procedimientos teóricos y experimentales utilizados a través del pensamiento lógico, con rigor matemático y científico.</p>	
	Resultados de aprendizaje específicos	Unidades temáticas
	<p><i>Identificar conjuntos con dos operaciones como anillos. Reformular y resolver ecuaciones de congruencias de números enteros (o de polinomios), utilizando el concepto del anillo cociente y sus teoremas.</i></p>	<p>1. Anillos (teoría básica)</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Anillos con unidad, anillo conmutativo, dominio de integridad, cuerpo. ● Ejemplos notables: Los números enteros, las matrices cuadradas $n \times n$ reales, los polinomios reales / racionales / complejos. ● Homomorfismos, ideal y anillo cociente. Teorema del homomorfismo. ● Ideales primos y máximos. ● Los anillos $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$, propiedades y el teorema del resto chino.

	<p>Generalizar el concepto de espacios vectoriales sobre cuerpos al concepto de módulos sobre un anillo conmutativo y conocer las principales pérdidas de la estructura generalizada, apreciando la recuperación parcial de esas pérdidas bajo fuertes condiciones de divisibilidad (DIP) en el anillo, que valen por ejemplo en el anillo de los números enteros y al anillo de los polinomios sobre un cuerpo.</p>	<p>2. Módulos sobre un DIP</p> <ul style="list-style-type: none"> Definición de un DIP y sus propiedades de divisibilidad única. Ejemplos notables: Z y $K[X]$. Módulo, submódulo, módulo libre, finitamente generado / de torsión. Ejemplo notable: K-espacio vectorial visto como $K[X]$-módulo de torsión a través de un endomorfismo. Teorema de estructura de un módulo finitamente generado sobre un DIP
	<p>Interpretar un espacio vectorial sobre un cuerpo como módulo sobre el anillo de polinomios sobre dicho cuerpo a través de una transformación lineal, y deducir matrices representantes de la transformación en forma notable (triagonalización, forma normal de Jordan) desde la teoría de dominios de ideales principales y de módulos finitamente generados sobre ellos.</p>	<p>3. Álgebra lineal avanzada</p> <ul style="list-style-type: none"> El teorema de Cayley-Hamilton y el polinomio minimal de un endomorfismo. Descomposición del espacio vectorial en esp. principales del endomorfismo. Existencia de forma de Jordan de un endomorfismo cuyo polinomio característico escinde sobre K. Cálculo efectivo de la forma normal de Jordan de una matriz cuadrada y de un cambio de base correspondiente.
	<p>Identificar conjuntos matemáticos con operación como ejemplos de grupos abstractos, y ejemplificar los teoremas de la teoría básica en ellos, con un enfoque en los cíclicos finitos y en los grupos simétricos.</p> <p>Clasificar grupos abelianos de un orden finito o finitamente generado, en base del teorema de estructura.</p>	<p>4. Grupos (teoría básica)</p> <ul style="list-style-type: none"> <i>grupos, subgrupos, orden de un elemento, homomorfismos, isomorfismos, grupo de automorfismos, producto directo.</i> <i>Ejemplo notable abeliano: grupos cíclicos y sus grupos de automorfismos.</i> <i>Ejemplo notable no-abeliano: grupos simétricos.</i> <i>Grupos abelianos como módulos sobre Z y clasificación de grupos abelianos finitamente generados.</i>
	<p><i>Encontrar homomorfismos entre grupos y aplicar los teoremas de isomorfismos para para estudiar subgrupos normales y comparar otras propiedades.</i></p>	<p>5. Grupos cocientes</p> <ul style="list-style-type: none"> <i>Conjunto de clases laterales de un subgrupo & Teorema de Lagrange.</i> <i>Subgrupos normales y el grupo cociente.</i> <i>Determinar subgrupos normales en</i> <i>El teorema del homomorfismo y los teoremas de isomorfismo.</i>

	<p><i>Identificar operaciones naturales en objetos matemáticos conocidos como acciones de un grupo, para deducir información a través del teorema estabilizador-órbita, igual que construir ciertos conjuntos con acción de un grupo finito de cierto orden dado, con el fin de obtener una clasificación de todos los grupos con este orden.</i></p>	<p>6. Acciones de grupos</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Acción en un conjunto, órbita, conjunto de órbitas, subgrupo estabilizador. ● Ejemplos notables de acciones (acción del grupo simétrico, acción de multiplicación de un subgrupo, acción de conjugación, etc.). ● Teorema estabilizador-órbita, ecuación de órbitas. ● Aplicaciones: Teorema de Cauchy, el centro de p-grupos, clasificación de grupos de orden p^2 o pq.
<p>Metodologías de enseñanza y de aprendizaje</p> <p><i>Se emplean clases expositivas dialogada con el estudiantado, enfocadas en presentar los fundamentos conceptuales del álgebra y guiar la resolución de problemas, promoviendo la interacción y el razonamiento conjunto. Además, se desarrollan talleres grupales y actividades basadas en problemas, diseñadas para estimular la colaboración, el pensamiento crítico y la aplicación práctica de los conceptos. Para el trabajo autónomo, se asignan ejercicios prácticos y lecturas complementarias que consolidan el aprendizaje y fomentan la autonomía del estudiantado.</i></p>		
<p>Procedimientos de evaluación</p> <p><i>Esta asignatura considera dos tipos de evaluaciones: evaluaciones continuas y por lo menos dos evaluaciones sumativas.</i></p> <p><i>Cada evaluación sumativa, corresponden a instancias formales como pruebas escritas de respuesta abierta, diseñadas para evaluar el nivel de adquisición de los conocimientos y habilidades desarrolladas en las unidades temáticas correspondientes. La nota de la evaluación sumativa corresponde a la nota parcial del grupo de unidades que cubre.</i></p> <p><i>Las evaluaciones continuas se aplican por el largo de todo el semestre y son principalmente de carácter formativa (ejemplo: entregas de tareas). Sin embargo, según voluntad del profesor, esas evaluaciones continuas pueden ser programadas al principio del semestre de forma calificativas con un leve efecto de posible mejora en la nota final del curso.</i></p>		
<p>Bibliografía básica</p> <ul style="list-style-type: none"> - Roman: <i>Advanced Linear Algebra, 3rd edition</i> (Graduate text in Mathematics 135), Springer 2008 - Pinter: <i>A book of abstract Algebra: 2nd edition</i>, Dover books on mathematics 1990. - Dummit, Foot: <i>Abstract algebra, 3rd edition</i>, John Wiley & Sons Inc 2003 		

**El texto en azul es referencial.*

