

PROGRAMA DE ASIGNATURA¹

Nombre	Análisis Funcional	
Carrera	Ingeniería Matemática	
Código		
Créditos SCT-Chile	6° Sct	<i>Tbjo. Directo: 6 hrs. pedag. – Tbjo. Autónomo: 6 hrs. cronolog.</i>
Nivel	7mo semestre	
Requisitos	Teoría de la medida	
Categoría	Obligatorio	
Área de conocimiento según OCDE	<i>Ciencia-tecnología</i>	
Descripción	Contribución al Perfil de Egreso	
	Resultado de aprendizaje general	
	<p>Al finalizar el curso, el estudiante será capaz de entender y aplicar los conceptos fundamentales del análisis funcional, incluyendo espacios vectoriales normados, espacios de Banach y de Hilbert, y la teoría de operadores lineales. Será capaz de utilizar herramientas avanzadas como el teorema de Hahn-Banach, la reflexividad de espacios, y las propiedades de los operadores compactos y continuos, así como aplicar estos conceptos en la resolución de problemas en diversas áreas del análisis y la geometría. Además, desarrollará una comprensión profunda de las topologías débiles y espacios L^p, lo que le permitirá abordar problemas en áreas como las ecuaciones en derivadas parciales y la teoría de distribuciones.</p>	
	Resultados de aprendizaje específicos	Unidades temáticas
<ul style="list-style-type: none"> ● Comprender los espacios vectoriales normados de dimensión infinita y trabajar con la noción de base en estos espacios. ● Analizar las transformaciones lineales en espacios vectoriales normados, identificando condiciones de continuidad y discontinuidad, especialmente en espacios de dimensión infinita. ● Estudiar el espacio de las transformaciones lineales acotadas, calculando su norma y aplicando conceptos de continuidad en este contexto. 	<p>Unidad N°1: Espacios vectoriales normados.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Introducción a los espacios vectoriales normados de dimensión infinita: noción de base. ● Transformaciones lineales y continuidad: existencia de transformaciones lineales discontinuas en espacios de dimensión infinita. ● El espacio de las transformaciones lineales acotadas y su norma. 	

	<ul style="list-style-type: none"> ● Definir los espacios de Hilbert y comprender la igualdad del paralelogramo en estos espacios. ● Estudiar los conceptos de proyección y ortogonalidad en espacios de Hilbert y aplicarlos en contextos específicos. ● Comprender el dual de un espacio de Hilbert y aplicar el teorema de representación de Riesz para representar elementos en el dual. ● Trabajar con bases ortonormales y entender su relación con las series de Fourier. ● Analizar operadores compactos y estudiar la alternativa de Fredholm en espacios de Hilbert. ● Aplicar el Teorema de Hilbert-Schmidt en el contexto de operadores compactos y en problemas prácticos relacionados. 	<p>Unidad N°2: Espacios de Hilbert.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Definición de espacios de Hilbert. ● Igualdad del paralelogramo ● Nociones de proyección y ortogonalidad ● Dual de un espacio de Hilbert, teorema de representación de Riesz. ● Bases ortonormales Hilbertianas. ● Series de Fourier ● Operadores compactos. ● Alternativa de Fredholm. ● Teorema de Hilbert-Schmidt
--	--	---

	<ul style="list-style-type: none"> • Caracterizar los espacios de Banach mediante la convergencia de series y comprender sus propiedades fundamentales. • Estudiar el principio de la cota uniforme y su aplicación en el análisis de funciones en espacios de Banach. • Aplicar los teoremas de la aplicación abierta y gráfico cerrado en el contexto de espacios de Banach y sus implicaciones para la topología de estos espacios. • Entender la noción de dual de un espacio vectorial normado y trabajar con sus propiedades en el contexto de espacios de Banach. • Aplicar el Teorema de Hahn-Banach en sus versiones analítica y geométrica, comprendiendo su importancia en el análisis funcional y su relación con los espacios de Banach. • Estudiar el bidual de un espacio vectorial normado y comprender el concepto de reflexividad en espacios de Banach. 	<p>Unidad N°3: Espacios de Banach.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Caracterización de espacios de Banach mediante convergencia de series. • Principio de la cota uniforme • Teoremas de la aplicación abierta y grafo cerrado. • Noción de dual de un espacio vectorial normado • Teorema de Hahn Banach analítico. • Teorema de Hahn Banach geométrico. • Bidual de un espacio vectorial normado y reflexividad
	<ul style="list-style-type: none"> • Comprender la topología débil en un espacio vectorial normado y su relación con la estructura de estos espacios. • <i>Estudiar la topología débil- en el dual*</i> de un espacio topológico y cómo se aplica en el análisis funcional. • Aplicar el Teorema de Banach-Alaouglu para entender la compacidad en la topología débil en espacios de Banach. • Analizar la reflexividad en espacios topológicos, comprendiendo el Teorema de Kakutani y su importancia en este contexto. • Aplicar los conceptos de topología débil para estudiar subsecuencias convergentes de medidas de probabilidad en espacios compactos. 	<p>Unidad N°4: Topologías débiles.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Noción de topología débil en un espacio vectorial normado. • Noción de topología débil-* en el dual de un espacio topológico. • Teorema de Banach-Alaouglu • Reflexividad: el teorema de Kakutani. • Tópico opcional Aplicaciones: subsecuencias convergentes de medidas de probabilidad en espacios compactos

	<ul style="list-style-type: none"> ● Revisar los espacios L^p asociados a un espacio de medida y su caracterización como espacios de Banach. ● Estudiar la separabilidad de los espacios L^p para p finito, y analizar contraejemplos en el caso de p infinito. ● Comprender la reflexividad en los espacios L^p y aplicar el Teorema de Representación de Riesz en estos espacios, con un enfoque especial en los casos $p=1$ y $p=\infty$. 	<p>Unidad N°5: Espacios L^p.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Recordatorio de espacios L^p asociados a un espacio de medida como espacios de Banach. ● Separabilidad de L^p para p finito. Contraejemplos en el caso de p infinito. ● Reflexividad para espacios L^p junto a su Teorema de representación de Riesz. Estudio especial de los casos $p=1$ y p infinito.
	<ul style="list-style-type: none"> ● Estudiar álgebras de Banach y sus propiedades, así como su relación con los espacios de Banach y su aplicación en análisis funcional. ● Comprender las medidas de Radón como dual de un espacio de funciones continuas y su importancia en la teoría de medidas. ● Analizar el teorema ergódico de Von Neumann y su aplicación en espacios de Hilbert, comprendiendo sus implicaciones en la teoría ergódica. ● Explorar los espacios de Schwartz y sus propiedades, en particular su relación con funciones de rápida decaimiento y su aplicación en análisis y transformadas. ● Introducir la teoría de distribuciones, entendiendo su conexión con funciones generalizadas y su uso en el análisis de ecuaciones diferenciales. ● Estudiar los espacios de Sobolev y su aplicación en el análisis funcional, especialmente en la introducción a las ecuaciones en derivadas parciales (EDP). 	<p>Unidad N°6: Tópicos adicionales. Estudiar uno o más tópicos avanzados.</p> <p>Por ejemplo, uno de los siguientes:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Álgebras de Banach. ● Medidas de Radón como dual de un espacio de funciones continuas. ● El teorema ergódico de Von Neumann como aplicación de propiedades de espacios de Hilbert. ● Espacios de Schwartz. ● Teoría de Distribuciones ● Espacios de Sobolev e introducción a EDP.
<p>Metodologías de enseñanza y de aprendizaje</p> <p>Clases expositivas.</p> <p>En el tiempo de trabajo autónomo el/la estudiante deberá realizar tareas para reforzar el aprendizaje de la clase</p>		

Procedimientos de evaluación

Se requerirá un mínimo de dos pruebas cuyo promedio debe valer al menos el 50% de la nota final del curso. El resto de las evaluaciones pueden consistir de exposiciones, tareas, etc.

Bibliografía básica

- Brezis, H. (2011). *Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations*. Springer New York. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-70914-7>
- Conway, J. B. (2007). *A Course in Functional Analysis*. In *Graduate Texts in Mathematics*. Springer New York. <https://doi.org/10.1007/978-1-4757-4383-8>
- Muscat, J. (2014). *Functional Analysis*. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-06728-5>
- Reed, M y Simon, B. (1980) *Methods of Modern Mathematical Physics I: Functional Analysis*, Academic Press.
- Stein, E. M., & Shakarchi, R. (2012). *Functional Analysis*. Princeton University Press. <https://doi.org/10.1515/9781400840557>

Bibliografía avanzada:

- Murray, J. (1990) *C*-Algebras and Operator Theory*. Elsevier. <https://doi.org/10.1016/c2009-0-22289-6>
- Kerr, D., & Li, H. (2016). *Ergodic Theory*. In *Springer Monographs in Mathematics*. Springer International Publishing. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-49847-8>
- Evans, L. C. (2010) (1998). *Partial Differential Equations*. *Graduate Studies in Mathematics*. Vol. 19 (2nd ed.). American Mathematical Society. p. 749. ISBN 978-0-8218-4974-3.

