

PROGRAMA DE ASIGNATURA

Nombre	Espacios Métricos	
Carrera	Ingeniería Matemática	
Código	22159	
Créditos SCT-Chile	8 Sct	<i>Tbjo. Directo: 6 hrs. pedag. – Tbjo. Autónomo: 6 hrs. cronolog.</i>
Nivel	5to semestre	
Requisitos	Calculo IV, Calculo de Ecuaciones Diferenciales	
Categoría	Obligatorio	
Área de conocimiento según OCDE	Ciencias Naturales.	
Descripción	Contribución al Perfil de Egreso	
	Desarrollar constructos matemáticos teóricos y prácticos para estudiar problemas que surgen del ámbito académico o profesional, utilizando herramientas matemáticas avanzadas y de pensamiento abstracto y/o estructurado	
	Resultado de aprendizaje general	
	Al finalizar el curso, el estudiante será capaz de analizar y aplicar los conceptos fundamentales de la teoría de espacios métricos, tales como la convergencia, continuidad, compactación, y completitud, así como las propiedades topológicas asociadas. Además, podrá resolver problemas utilizando métricas específicas y aplicar teoremas clave en la teoría de espacios métricos y topología, preparando al estudiante para abordar temas más avanzados en análisis y geometría.	
	Resultados de aprendizaje específicos	Unidades temáticas
	- Comprender el concepto de espacio Métrico. - Analizar propiedades topológicas fundamentales: bolas, conjuntos abiertos y cerrados, puntos de acumulación y aislados. - Construir y estudiar métricas inducidas, espacios producto y su relación con métricas originales. - Examinar continuidad, isometrías, métricas equivalentes y homeomorfismos. - Entender el concepto de conexidad y aplicarlo en el análisis de espacios métricos.	Unidad N°1: Espacios métricos. - Nociones básicas: métricas, espacio métrico. - Bolas. Conjuntos abiertos y cerrados. Puntos de acumulación y puntos aislados. - Métrica inducida y espacios producto. - Continuidad, isometrias, métricas equivalentes, homeomorfismos. - Conexidad.

	• Comprender el concepto de espacios métricos completos y sus propiedades, con ejemplos representativos. • Analizar el Teorema de Cantor y su aplicación en espacios métricos. • Estudiar la completación de espacios métricos y el concepto de separabilidad. • Entender la noción de compacidad mediante cubrimientos y sus propiedades principales. • Caracterizar conjuntos compactos y aplicar el Teorema de Baire en análisis. • Examinar y utilizar el Teorema del Punto Fijo de Banach en problemas prácticos y teóricos.	Unidad N°2: Espacios completos y compacidad. • Espacios métricos completos. Ejemplos y propiedades. • Teorema de Cantor. • Completación. Separabilidad. • Cubrimientos. Conjuntos compactos. Propiedades. • Caracterización de la compacidad. Teorema de Baire y aplicaciones. • Teorema del punto fijo de Banach
	• Analizar la continuidad de funciones en espacios métricos, enfocándose en su comportamiento sobre conjuntos compactos. • Estudiar la continuidad uniforme y su relación con la existencia de máximos y mínimos en funciones continuas. • Comprender la continuidad sobre espacios conexos y aplicar el Teorema del Valor Intermedio para funciones definidas en ellos. • Explorar la conexidad por caminos y su relación con funciones continuas. • Investigar métodos de extensión de funciones y su conexión con la completación de espacios métricos.	Unidad N°3: Funciones continuas en espacios métricos. • Continuidad sobre compactos. Continuidad uniforme, máximos y mínimos. • Continuidad sobre conexos. Funciones continuas sobre conexos, Teorema del valor intermedio, conexidad por caminos. • Extensión de funciones. Completación de espacio métrico

	• Comprender los conceptos de convergencia puntual y uniforme, y analizar su relación en el contexto de series de potencia. • Estudiar la equicontinuidad y su conexión con la compacidad en espacios de funciones. • Aplicar el Teorema de Arzelà-Ascoli para caracterizar subconjuntos compactos en espacios de funciones continuas. • Explorar métodos de aproximación de funciones continuas mediante los Teoremas de Dini y Stone-Weierstrass. • Objetivo deseable: Investigar aplicaciones de estos teoremas en análisis funcional y otras áreas de la matemática.	Unidad N°4: Espacios de funciones. • Convergencia puntual y uniforme. Series de potencia. Equicontinuidad y compacidad. • Teorema de Arzelà-Ascoli. Teoremas de aproximación de funciones continuas. • Teorema de Dini. Teorema de Stone-Weierstrass.
	• Comprender la definición de espacios topológicos y analizar ejemplos importantes, incluyendo espacios normales, T_4 y T_5. • Construir topologías utilizando bases, sub-bases y topologías inducidas por métricas. • Estudiar topologías producto y cociente, identificando sus propiedades clave. • Analizar propiedades de funciones continuas, abiertas y cerradas en espacios topológicos. • Explorar la noción de compactación y su relevancia en diferentes contextos topológicos. • Aplicar teoremas fundamentales, como el Teorema de Tychonoff (caso contable), el Teorema de Urysohn y el Teorema de Tietze, en la resolución de problemas topológicos.	Unidad N°5: Introducción a la Topológicos. • Definición y ejemplos de espacios topológicos (espacios normales, espacios T_4, y espacios T_5). • Construcción de topologías: Bases y sub-bases. Topología inducida por métricas. • Topología producto y cociente. • Funciones continuas, abiertas y cerradas. • Conjuntos compactos. • Teorema de Tychonoff (caso contable). Teorema de Urysohn, Teorema de Tietze
	Metodologías de enseñanza y de aprendizaje Clases expositivas. En el tiempo de trabajo autónomo el/la estudiante deberá realizar tareas para reforzar el aprendizaje de la clase	

	Procedimientos de evaluación Se requerirá un mínimo de dos pruebas cuyo promedio debe valer al menos el 60% de la nota final del curso. El resto de las evaluaciones pueden consistir en exposiciones, tareas, etc. Bibliografía básica ● Elon Lages Lima, “Espacos Métricos” Projeto Euclides, IMPIA, Rio de Janeiro, 2006, ISBN 9972-899-90-X. ● Rudin, W. <i>Principles of mathematical analysis</i>. Third edition. International Series in Pure and Applied Mathematics. <i>McGraw-Hill Book Co., New York-Auckland- Düsseldorf</i>, 1976. ● Hewitt, E. Stromberg, K. <i>Real and Abstract Analysis A modern treatment of the theory of functions of a real variable</i>. Third printing. Graduate Texts in Mathematics, No. 25. <i>Springer-Verlag, New York-Heidelberg</i>, 1975. ● Apostol, T.M. <i>Mathematical Analysis</i>. Second edition. Addison-Wesley Publ. Co. 1974. ● Royden, H.L. <i>Real analysis</i>. Third edition. <i>Macmillan Publishing Company, New York</i>, 1988. ● George Simmons “Introduction to Topology and Modern Analysis” Krieger Publishing Company, 2003, ISBN 978-1575242385. ● Munkres, J. <i>Topology</i>, Second Edition. Prentice Hall, 2000. ● Dugundji, J. <i>Topology</i>. Allyn and Bacon 1978. Bibliografía avanzada:
--	--

