

PROGRAMA DE ASIGNATURA

Nombre	Geometría Diferencial	
Carrera	Ingeniería Matemática	
Código	22175	
Créditos SCT-Chile	6 Sct	<i>Tbjo. Directo: 6 hrs. pedag. – Tbjo. Autónomo: 6 hrs. cronolog.</i>
Nivel	8vo semestre	
Requisitos	<i>Análisis Funcional</i>	
Categoría	<i>Obligatorio</i>	
Área de conocimiento según OCDE	<i>Ciencias Naturales</i>	
Descripción	Contribución al Perfil de Egreso	
	El curso Geometría Diferencial tributa a los siguientes desempeños integrales del perfil de egreso de Ingeniería Matemática <i>1-Desarrollar constructos matemáticos teóricos y prácticos para estudiar problemas que surgen del ámbito académico o profesional, utilizando herramientas matemáticas avanzadas y el pensamiento abstracto y/o estructurado.</i>	
	Resultado de aprendizaje general Al finalizar el curso, el estudiante será capaz de entender y aplicar los conceptos fundamentales del análisis funcional, incluyendo espacios vectoriales normados, espacios de Banach y de Hilbert, y la teoría de operadores lineales. Será capaz de utilizar herramientas avanzadas como el teorema de Hahn-Banach, la reflexividad de espacios, y las propiedades de los operadores compactos y continuos, así como aplicar estos conceptos en la resolución de problemas en diversas áreas del análisis y la geometría. Además, desarrollará una comprensión profunda de las topologías débiles y espacios L^p, lo que le permitirá abordar problemas en áreas como las ecuaciones en derivadas parciales y la teoría de distribuciones.	
	Resultados de aprendizaje específicos	Unidades temáticas
	- Entender el concepto de una distribución como una generalización del concepto de campos vectoriales. - Entender el problema de la integrabilidad de distribuciones.	Unidad N°1: Campos vectoriales y distribuciones - Campos vectoriales - Distribuciones - Variedades integrales, ejemplos y contraejemplos

	• Entender el significado del teorema de Frobenius sobre la integrabilidad de distribuciones • Conocer varias versiones equivalentes del teorema de Frobenius • Aplicar el teorema de Frobenius a la construcción de factores integrantes y a la solución de sistemas de ecuaciones diferenciales.	Unidad N°2: EL TEOREMA DE FROBENIUS Y ALGUNAS APLICACIONES • El teorema de Frobenius • Factores integrantes • El teorema de Frobenius y sistemas de ecuaciones diferenciales
	• Caracterizar los espacios de Banach mediante la convergencia de series y comprender sus propiedades fundamentales. • Estudiar el principio de la cota uniforme y su aplicación en el análisis de funciones en espacios de Banach. • Aplicar los teoremas de la aplicación abierta y gráfico cerrado en el contexto de espacios de Banach y sus implicaciones para la topología de estos espacios. • Entender la noción de dual de un espacio vectorial normado y trabajar con sus propiedades en el contexto de espacios de Banach. • Aplicar el Teorema de Hahn-Banach en sus versiones analítica y geométrica, comprendiendo su importancia en el análisis funcional y su relación con los espacios de Banach. • Estudiar el bidual de un espacio vectorial normado y comprender el concepto de reflexividad en espacios de Banach.	Unidad N°3: Curvas en $\mathbb{R}^3$. Fórmulas de Frenet y el teorema fundamental de la teoría de curvas • Caracterización de espacios de Banach mediante convergencia de series. • Principio de la cota uniforme • Teoremas de la aplicación abierta y grafo cerrado. • Noción de dual de un espacio vectorial normado • Teorema de Hahn Banach analítico. • Teorema de Hahn Banach geométrico. • Bidual de un espacio vectorial normado y reflexividad

	• Comprender la topología débil en un espacio vectorial normado y su relación con la estructura de estos espacios. • <i>Estudiar la topología débil- en el dual*</i> de un espacio topológico y cómo se aplica en el análisis funcional. • Aplicar el Teorema de Banach-Alaouglu para entender la compacidad en la topología débil en espacios de Banach. • Analizar la reflexividad en espacios topológicos, comprendiendo el Teorema de Kakutani y su importancia en este contexto. • Aplicar los conceptos de topología débil para estudiar subsecuencias convergentes de medidas de probabilidad en espacios compactos.	Unidad N°4: Ecuaciones de estructura en el espacio euclideo. • Noción de topología débil en un espacio vectorial normado. • Noción de topología débil-* en el dual de un espacio topológico. • Teorema de Banach-Alaouglu • Reflexividad: el teorema de Kakutani. • Tópico opcional Aplicaciones: subsecuencias convergentes de medidas de probabilidad en espacios compactos
	• Revisar los espacios L^p asociados a un espacio de medida y su caracterización como espacios de Banach. • Estudiar la separabilidad de los espacios L^p para p finito, y analizar contraejemplos en el caso de p infinito. • Comprender la reflexividad en los espacios L^p y aplicar el Teorema de Representación de Riesz en estos espacios, con un enfoque especial en los casos $p=1$ y $p=\infty$.	Unidad N°5: Superficies en $\mathbb{R}^3$. • Recordatorio de espacios L^p asociados a un espacio de medida como espacios de Banach. • Separabilidad de L^p para p finito. Contraejemplos en el caso de p infinito. • Reflexividad para espacios L^p junto a su Teorema de representación de Riesz. Estudio especial de los casos $p=1$ y p infinito.

	• Estudiar álgebras de Banach y sus propiedades, así como su relación con los espacios de Banach y su aplicación en análisis funcional. • Comprender las medidas de Radón como dual de un espacio de funciones continuas y su importancia en la teoría de medidas. • Analizar el teorema ergódico de Von Neumann y su aplicación en espacios de Hilbert, comprendiendo sus implicaciones en la teoría ergódica. • Explorar los espacios de Schwartz y sus propiedades, en particular su relación con funciones de rápida decaimiento y su aplicación en análisis y transformadas. • Introducir la teoría de distribuciones, entendiendo su conexión con funciones generalizadas y su uso en el análisis de ecuaciones diferenciales. • Estudiar los espacios de Sobolev y su aplicación en el análisis funcional, especialmente en la introducción a las ecuaciones en derivadas parciales (EDP).	Unidad N°6: Geometría intrínseca de una superficie. Estudiar uno o más tópicos avanzados. Por ejemplo, uno de los siguientes: • Álgebras de Banach. • Medidas de Radón como dual de un espacio de funciones continuas. • El teorema ergódico de Von Neumann como aplicación de propiedades de espacios de Hilbert. • Espacios de Schwartz. • Teoría de Distribuciones • Espacios de Sobolev e introducción a EDP.
	• Conocer algunos tipos de superficies inmersas en $\mathbb{R}^3$ tales como las superficies mínimas y las superficies de curvatura Gaussiana constante.	Unidad N°7: Opcional: geometría local de superficies. • Aspectos de la geometría local de superficies en $\mathbb{R}^3$
	• Conocer los enunciados y demostraciones usando formas diferenciales y la importancia del teorema de Gauss-Bonnet y del teorema de Morse.	Unidad N°8: Opcional: geometría global de superficies. • El teorema de Gauss-Bonnet para superficies sin frontera. • El teorema de Morse.

	Metodologías de enseñanza y de aprendizaje Clases expositivas. En el tiempo de trabajo autónomo el/la estudiante deberá realizar tareas para reforzar el aprendizaje de la clase
	Procedimientos de evaluación Se requerirá un mínimo de dos pruebas cuyo promedio debe valer al menos el 50% de la nota final del curso. El resto de las evaluaciones pueden consistir de exposiciones, tareas, etc.
	Bibliografía básica ● Differential Forms and Applications, M. do Carmo ● Manifolds, Tensor Analysis and Applications (last edition), R. Abraham, J. Marsden and T. Ratiu ● Foundations of Mechanics, R. Abraham and J. Marsden. ● Symmetry and Mechanics, Jerrold Marsden and Tudor Ratiu. ● Differential and Riemannian Manifolds (Springer, 1995), Serge Lang. ● Introduction to Differentiable Manifolds (Springer Universitext, 2010). Serge Lang ● Introduction to Smooth Manifolds, J.M. Lee. ● Riemannian Manifolds: An Introduction to Curvature, J.M. Lee. ● Applications of Lie Groups to Differential Equations, Peter J. Olver ● Equivalence, Invariants and Symmetry, Peter J. Olver ● Nonlinear control systems I and II, Alberto Isidori. ● Geometric Control Theory, Velimir Jurdjevic. ● Differential geometry of curves and surfaces, M. do Carmo ● Global Analysis, I. Agricola y T. Friedrich ● Lie Groups (Springer, Universitext, 2004), J. J. Duistermaat and J.A.C. Kolk ● Modern Geometric Structures and Fields, S. P. Novikov; I. A. Taimanov ● Elementary Differential Geometry, Revised 2nd Edition, Barrett O'Neill ● 18. Transformations of Manifolds and Application to Differential Equations, Ketten Tenenblat Bibliografía avanzada:

