

PROGRAMA DE ASIGNATURA

Nombre	Teoría de la Medida	
Carrera	Ingeniería Matemática	
Código	22164	
Créditos SCT-Chile	8 Sct	Tbjo. Directo: 6 hrs. pedag. – Tbjo. Autónomo: 8 hrs. cronolog. (semanal)
Nivel	6to Semestre	
Requisitos	Espacios Métricos	
Categoría	Obligatorio	
Área de conocimiento según OCDE	Ciencias Naturales	
Descripción	Contribución al Perfil de Egreso	
	La asignatura contribuye directamente al siguiente desempeño integral del perfil de egreso: 1. Desarrollar constructos matemáticos teóricos y prácticos para estudiar problemas que surgen del ámbito académico o profesional, utilizando herramientas matemáticas avanzadas y el pensamiento abstracto y/o estructurado.	
	Resultado de aprendizaje general	
	Al finalizar el curso, el estudiante será capaz de comprender y aplicar los conceptos fundamentales de la teoría de la medida, incluyendo la definición de medidas, integrales, y sigma-álgebras. Será capaz de trabajar con teoremas importantes como el de Radon-Nikodym, Fubini, y otros teoremas de convergencia, desarrollando la habilidad de manejar funciones medibles, calcular integrales de Lebesgue, y aplicar resultados de densidad en espacios L^p. Además, el estudiante podrá abordar problemas avanzados relacionados con la teoría de la medida, aplicando sus herramientas en contextos de análisis funcional, probabilidades y ecuaciones diferenciales.	
	Resultados de aprendizaje específicos	Unidades temáticas
	- Comprender el concepto de medida y distinguir entre álgebras y sigma-álgebras, reconociendo su importancia en la teoría de la medida. - Estudiar las medidas de Lebesgue-Stieltjes. - Aplicar el teorema de extensión de una medida, comprendiendo cómo extender medidas definidas en álgebras a sigma-álgebras y los resultados relacionados con la unicidad de la extensión. - Analizar la continuidad de la medida, comprendiendo su comportamiento bajo límites de conjuntos y su relación con la convergencia de funciones y conjuntos medibles.	Unidad N°1: Medidas: teoremas de extensión. - Medidas, álgebras y sigma-álgebras - Medidas de Lebesgue-Stieltjes. - Extensión de una medida. - Continuidad de la medida.

	• Comprender el concepto de función medible y su relación con la teoría de la medida, identificando propiedades clave y su papel en la integración. • Estudiar funciones simples y cómo se utilizan para aproximar funciones más complejas en el proceso de integración, entendiendo su importancia en la construcción de la integral de Lebesgue. • Entender el proceso de integración en el contexto de funciones medibles, aprendiendo a calcular integrales de funciones sencillas y aproximar funciones complejas mediante aproximaciones sucesivas. • Analizar funciones integrables y comprender los criterios que determinan si una función es integrable en el sentido de Lebesgue, tanto en intervalos finitos como en dominios más generales. • Explorar las propiedades de la integral de Lebesgue, incluyendo la linealidad, la monotonicidad, y el teorema de convergencia dominada, entre otras propiedades clave.	Unidad N°2: Integración. • Funciones medibles. • Funciones simples. • Integración. • Funciones Integrables. • Propiedades.
	• Comprender y aplicar el Teorema de la convergencia monótona, entendiendo sus condiciones y cómo se utiliza para intercambiar el límite y la integral en el caso de sucesiones de funciones monótonas no decrecientes. • Estudiar el Lema de Fatou y su importancia en el análisis de la convergencia de funciones, reconociendo cómo permite pasar el límite a la integral en situaciones de convergencia casi uniforme. • Aplicar el Teorema de la convergencia dominada, comprendiendo sus condiciones y cómo se utiliza para intercambiar el límite y la integral cuando las funciones convergen puntualmente y están acotadas por una función integrable.	Unidad N°3: Teoremas de Convergencia. • Teorema de la convergencia monótona. • Lema de Fatou. • Teorema de la convergencia dominada.

	- Definir los espacios L^p y comprender su estructura, asociándolos con funciones medibles y su norma mediante la p-ésima potencia de la integral de la función. - Aplicar las desigualdades de Hölder y Minkowski para establecer relaciones entre normas en espacios L^p, y utilizar estas herramientas para resolver problemas de estimación y aproximación en el contexto de la integración. - Estudiar las propiedades de los espacios L^p, incluyendo su completitud y separabilidad, y comprender cómo estas propiedades afectan la estructura de los espacios y su aplicabilidad en el análisis funcional y en la teoría de la medida.	Unidad N°4: Espacios L^p. - Definición. - Desigualdes de Hölder y Minkowski - Propiedades de los espacios L^p (completitud y separabilidad).
	- Comprender el concepto de densidad en el contexto de medidas y funciones, y cómo se utiliza para describir la relación entre diferentes medidas absolutas. - Estudiar el Teorema de Radon-Nikodym, comprendiendo su enunciado, condiciones y aplicaciones, y cómo se utiliza para encontrar la densidad de una medida con respecto a otra. - Explorar el Teorema Fundamental del Cálculo de Lebesgue (opcional), entendiendo su relación con el teorema de Radon-Nikodym y cómo permite recuperar la integral de Lebesgue como el límite de sumas de Riemann.	Unidad N°5: Teorema de Radon-Nikodym. - Densidades. - Teorema de Radon-Nikodym. - Opcional: Teorema Fundamental del cálculo de Lebesgue.
	- Comprender las medidas en el espacio producto, entendiendo cómo se definen y se construyen medidas en productos de espacios medibles y la relación con la estructura de sigma-álgebras. - Estudiar el Teorema de Fubini, comprendiendo su enunciado y condiciones, y cómo se utiliza para intercambiar el orden de integración en integrales múltiples de funciones medibles. - Aplicar el Teorema de Cambio de	Unidad N°6: Teorema de Fubini. - Medidas en el espacio producto. - Teorema de Fubini. - Teorema de Cambio de Variable.

	Variable, comprendiendo cómo cambiar variables en integrales y cómo se utiliza para transformar dominios de integración, facilitando el cálculo de integrales en espacios más complejos.	
	• Estudiar los teoremas de densidad en espacios L^p, comprendiendo cómo ciertos subconjuntos denso de funciones en L^p permiten aproximar funciones más generales, y sus aplicaciones en análisis funcional. • Comprender el Teorema de Riesz-Markov, entendiendo cómo se establece una correspondencia entre medidas y funciones lineales continuas en el contexto de espacios de funciones. • Aplicar el Teorema de la clase monótona, comprendiendo su utilidad en la aproximación de funciones mediante integrales y su relación con la convergencia en espacios de medida. • Estudiar el Teorema de Egorov y el Teorema de Luzin, entendiendo sus implicaciones sobre la convergencia de funciones, especialmente en el contexto de convergencia uniforme y casi uniforme en conjuntos medibles.	Unidad N°7: Temas a elección del profesor • Teoremas de densidad en espacios L^p. • Teorema de Riesz-Markov. • Teorema de la clase monótona. • Teorema de Egorov y Teorema de Luzin.
	Metodologías de enseñanza y de aprendizaje Clases expositivas. En el tiempo de trabajo autónomo el/la estudiante deberá realizar tareas para reforzar el aprendizaje de la clase	
	Procedimientos de evaluación <i>Se realizan al menos 2 pruebas. Además, los alumnos deben desarrollar tareas que van acompañando las clases. Las tareas también se evalúan. Si es posible y hay tiempo es interesante que se hagan exposiciones evaluadas.</i>	

	Bibliografia básica • San Martín, Jaime (2018) <i>Teoría de la Medida</i>, Editorial Universitaria. • Fernandez, Pedro (2002) <i>Medida e integracao</i>, Projeto Euclides.
--	--